

HANNOVER-FORUM 2005

Sind Naturkatastrophen für die Versicherungswirtschaft noch kalkulierbar?

Sturm und Überschwemmung – Zufälliges Zusammentreffen oder systematisches Phänomen?

Prof. Dr. Dietmar Pfeifer
Carl von Ossietzky Universität Oldenburg
Fakultät V
Institut für Mathematik

Vorwort

In den "Allgemeinen Überlegungen zur Form eines neuen EU-Aufsichtssystems" (kurz: "Solvency II"), die von der Europäischen Kommission, GD Binnenmarkt im März 2003 veröffentlicht wurden, finden sich einige grundsätzliche Ausführungen, die in Auszügen lauten:

"Das neue System soll den Aufsichtsbehörden geeignete qualitative und quantitative Werkzeuge zur Verfügung stellen, um die "Gesamtsolvabilität" eines Versicherungsunternehmens zu beurteilen. Dies bedeutet, dass das System nicht nur aus einer Reihe quantitativer Koeffizienten und Indikatoren bestehen sollte, sondern auch qualitative Aspekte einbeziehen sollte, die Einfluss auf die Risiko-Bonität eines Unternehmens haben (Management, interne Risikokontrolle, Wettbewerbslage usw.). ... Das Solvabilitätssystem sollte die Versicherungsunternehmen ermutigen und ihnen Anreize dafür geben, ihre Risiken zu erfassen und einzudämmen. Hierzu sollten gemeinsame EU-Grundsätze für Risikoverwaltung und Überprüfung durch die Aufsichtsbehörden entwickelt werden. Darüber hinaus sollten die quantitativen Solvabilitätsvorschriften die wichtigsten Risiken einbeziehen, denen ein Versicherungsunternehmen ausgesetzt ist. Dieses auf die Risiken abgestimmte Konzept würde zur (teilweisen oder vollständigen) Anerkennung interner Modelle führen, sofern diese die Risikoverwaltung des Unternehmens verbessern und sein tatsächliches Risikoprofil besser wiedergeben als eine Standardformel."

Diese oben mehrfach angesprochenen "internen Modelle" sind aus Sicht der mathematischen Risikotheorie und aktuariellen Statistik besonders reizvoll, da sie aufgrund der hohen Komplexität und der zahlreichen gegenseitigen Abhängigkeiten und Verflechtungen der verschiedenen Einzelrisiken eines Versicherungsunternehmens auch theoretisch eine große Herausforderung bedeuten. In diesem Beitrag sollen deshalb einige Aspekte dieser neuen Aufgabenstellung aus der Perspektive der Schadenversicherung, insbesondere der Naturkatastrophenproblematik, beleuchtet werden.

Korrelation und Abhängigkeit – populäre Irrtümer und Fallstricke

Das Wort „Korrelation“ wird im landläufigen Sprachgebrauch gern zur Beschreibung aller möglichen Formen von Abhängigkeiten zwischen messbaren Größen technischer oder ökonomischer Art verwendet. Dabei wird häufig die wahre Bedeutung und Interpretation dieses aus der mathematischen Statistik stammenden Begriffs übersehen¹.

Zwischen zwei beliebigen Risiken X und Y (aufgefasst als Zufallsvariablen mit endlicher und positiver Varianz) lässt sich nämlich stets die folgende, als *Korrelation* $r(X, Y)$ bezeichnete Größe definieren:

$$r(X, Y) = \frac{E(X \times Y) - E(X) \times E(Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)} \sqrt{\text{Var}(Y)}}$$

wobei $E(X)$, $E(Y)$ den so genannten Erwartungswert und $\text{Var}(X)$, $\text{Var}(Y)$ die Varianz der Risiken bezeichnet. Hierbei gilt, dass die Korrelation $r(X, Y)$ ihre extremen Werte ± 1 gerade dann annimmt, wenn mit Wahrscheinlichkeit eins ein *linearer* funktionaler Zusammenhang zwischen dem Risiko X und dem Risiko Y besteht, also eine sehr spezielle Art von Abhängigkeit. Im Fall $r(X, Y) = 0$ spricht man auch von *Unkorreliertheit*; dieser Fall tritt insbesondere dann ein, wenn die Risiken stochastisch unabhängig sind. Die Umkehrung gilt aber nicht, wie etwa das folgende einfache Beispiel zeigt:

$$Y = 5 - (X - 3)^2$$
$$\rho(X, Y) = 0$$

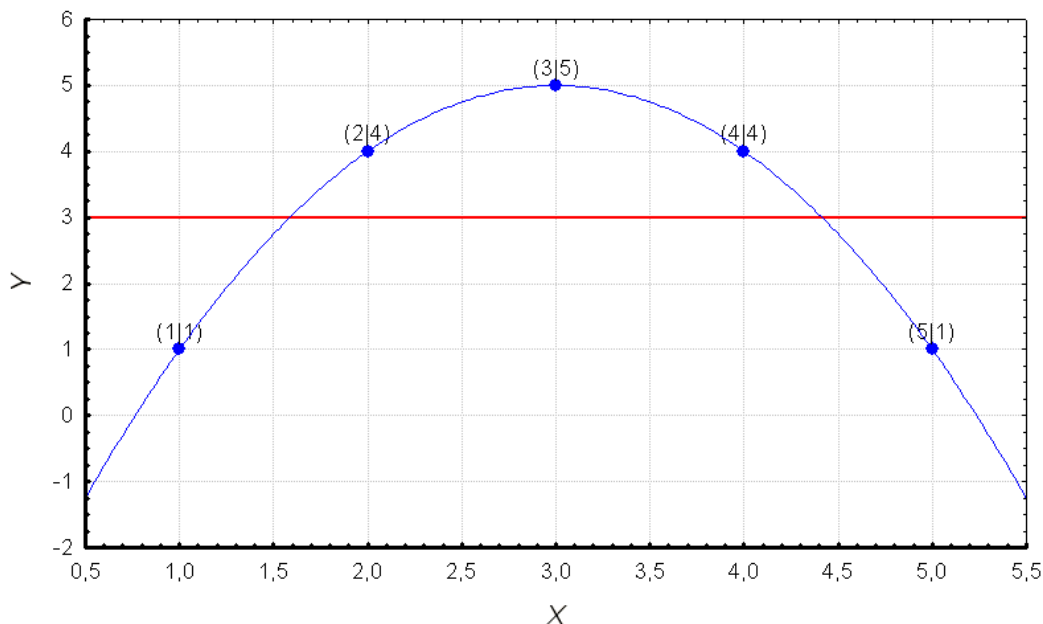


Fig. 1

Wenn wir nämlich annehmen, dass die fünf Punktepaare als gemeinsame Realisierung der Risiken eine gleiche Wahrscheinlichkeit des Auftretens $1/5$ besitzen, so erhalten wir:

¹ „But correlation, as well as being one of the most ubiquitous concepts in modern finance and insurance, is also one of the most misunderstood concepts.“ P. Embrechts et al. (2002), S. 177.

$$E(X) = \frac{1}{5}(1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 3, \quad E(Y) = \frac{1}{5}(1 + 4 + 5 + 4 + 1) = 3$$

$$E(XY) = \frac{1}{5}(1 \times 1 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + 4 \times 4 + 5 \times 1) = 9$$

und damit $E(X \times Y) - E(X) \times E(Y) = 9 - 9 = 0$, also auch $r(X, Y) = 0$. Die Risiken sind demnach unkorreliert, was man auch am waagerechten Verlauf der Regressionsgerade erkennt. Ihre Ausprägungen als Datenpaare liegen aber auf einer Parabel; die Risiken sind damit offensichtlich funktional (wenn auch nicht linear) voneinander abhängig nach der Gleichung $Y = 5 - (X - 3)^2$.

Zur Verdeutlichung der Konsequenzen dieser Beobachtung auf die Versicherungstechnik wollen wir im Folgenden beispielhaft und vereinfachend annehmen, dass die beiden Risiken X und Y jeweils die Werte $\{0, 1, 2\}$ annehmen können, und ihre gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung durch folgende Tabelle gegeben ist:

		X			Σ
		0	1	2	
Y	0	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
	1	0	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
	2	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
Σ		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

Tab. 1

So ergibt sich z.B. der Wert $1/6$ als (gemeinsame) Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Risiken den Wert Null annehmen, oder auch beide den Wert 2. Durch Summation über die Zeilen und Spalten der Tabelle erhält man die marginalen Verteilungen der Risiken, die in diesem Beispiel wieder gleichverteilt sind mit Erwartungswert

$$E(X) = E(Y) = \frac{1}{3}(0 + 1 + 2) = 1. \text{ Eine einfache Rechnung wie oben zeigt nun:}$$

$$\begin{aligned} E(XY) &= \frac{1}{6} \times (0 \times 0) + 0 \times (0 \times 1) + \frac{1}{6} \times (0 \times 2) + 0 \times (1 \times 0) + \frac{1}{3} \times (1 \times 1) + 0 \times (1 \times 2) \\ &\quad + \frac{1}{6} \times (2 \times 0) + 0 \times (2 \times 1) + \frac{1}{6} \times (2 \times 2) = 1, \end{aligned}$$

so dass beide Risiken hier ebenfalls unkorreliert, aber ersichtlich nicht unabhängig sind, weil sonst jeder Eintrag der Tabelle $1/9$ lauten müsste. Die gemeinsame Verteilung von

Risiken ist also nicht eindeutig durch die Randverteilungen und die (paarweisen) Korrelationen bestimmt. Die nachfolgende Tabelle zeigt eine weitere Abhängigkeitsstruktur bei sonst gleicher Situation für die marginalen Risiken:

		X			Σ
		0	1	2	
Y	0	$\frac{1}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{3}$
	1	$\frac{7}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{3}$
	2	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{1}{3}$
Σ		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

Tab. 2

Hier ergibt sich

$$E(XY) = \frac{1}{36} \times (0 \times 0) + \frac{8}{36} \times (0 \times 1) + \frac{3}{36} \times (0 \times 2) + \frac{7}{36} \times (1 \times 0) + \frac{2}{36} \times (1 \times 1) + \frac{3}{36} \times (1 \times 2) + \frac{4}{36} \times (2 \times 0) + \frac{2}{36} \times (2 \times 1) + \frac{6}{36} \times (2 \times 2) = 1,$$

also ebenfalls Unkorreliertheit der Risiken. Offensichtlich ist die Abhängigkeitsstruktur hier aber deutlich anders als in Tabelle 1, wo nur 5 verschiedene Risiko-Kombinationen auftreten können, im letzten Beispiel aber 9.

Für die Verteilung des Summenrisikos erhält man somit:

	x	0	1	2	3	4
Bsp. 1	$P(X + Y = x)$	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{6}$
Unabh.		$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$
Bsp. 2		$\frac{1}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$

Tab. 3

Dies folgt aus der Beziehung

$$P(X + Y = x) = \sum_y P(X = x - y, Y = y)$$

durch Zerlegung des Ereignisses $\{X + Y = x\} = \bigcup_y \{X = x - y, Y = y\}$ nach allen Möglichkeiten y , die das Risiko Y als Wert annehmen kann, bei konstanter Gesamtsumme x .

Zur Verdeutlichung der Unterschiede nehmen wir nun vereinfachend an, dass in jedem der drei Fälle die Bedarfsprämie p (als Erwartungswert) für einen SL-Rückversicherungsvertrag berechnet werden soll, mit dem "Layer" $\{2,3,4\}$, d.h. der Erstversicherer trägt einen Gesamtschaden bis zum Selbstbehalt der Höhe 1 selbst, der Rückversicherer alle darüber hinausgehenden. Für die drei Fälle erhalten wir dann aus Tabelle 3:

$$p = \frac{2}{3} + \frac{3}{6} = \frac{42}{36} > p = \frac{3}{9} + \frac{4}{9} + \frac{3}{9} = \frac{40}{36} > p = \frac{9}{36} + \frac{10}{36} + \frac{18}{36} = \frac{37}{36}$$

Beispiel 1

Unabhängigkeit

Beispiel 2

In allen drei Fällen ergeben sich unterschiedliche Prämien, wobei die Prämie für das erste Beispiel am größten, für das zweite am kleinsten ist.

Ändern wir jetzt den Selbstbehalt auf den Wert 2, d.h. der neue "Layer" ist nun nur noch die Menge $\{3,4\}$, so ergibt sich eine völlig andere Situation:

$$p = \frac{2}{6} = \frac{12}{36} < p = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{16}{36} < p = \frac{5}{36} + \frac{12}{36} = \frac{17}{36}$$

Beispiel 1

Beispiel 2

Unabhängigkeit

In diesem Fall ergibt das erste Beispiel die günstigste Prämie, der Fall der Unabhängigkeit dagegen die größte Prämie!

Diese Beispiele zeigen deutlich, dass trotz Unkorreliertheit der Risiken recht unterschiedliche – nur durch die gemeinsame Verteilung bestimmte – Prämien für eine SL-Rückversicherung möglich sind, wobei diese auch noch wesentlich von der Wahl der Layer abhängen. Damit ist es für eine korrekte Kalkulation von Rückversicherungsprämien oder für eine realistische Einschätzung des Gefährdungspotenzials des Versicherers nicht ausreichend, lediglich Korrelationen zwischen Risiken zu betrachten.

Ähnliche Auswirkungen hat die Vernachlässigung der gemeinsamen Verteilungsstruktur auf die Ergebnisse der im Naturkatastrophenbereich weit verbreiteten geophysikalischen Simulationssoftware-Produkte; auch hier wird im Allgemeinen nur die Korrelation der Risiken (z.B. im Zusammenhang mit der so genannten *secondary uncertainty*) als Abhängigkeitsmaß betrachtet.²

² vgl. etwa Dong (2001), S. 46ff.

Abhängige Naturgefahren – gibt es das?

Bei der Diskussion dieser Frage muss man klarerweise zwischen direkten physikalischen Ursachen für Abhängigkeiten wie wetterbedingten Auslösern einerseits und statistischen Signifikanzen andererseits unterscheiden. Niemand wird z.B. ernsthaft behaupten wollen, dass so unterschiedliche Ereignisse wie Erdbeben oder Hagel sich gegenseitig beeinflussen. Es ist aber sicher nachvollziehbar, dass gewisse Großwetterlagen sowohl Stürme als auch Niederschläge und damit als Folge gegebenenfalls Überschwemmungen oder Hochwasser auslösen können. Es ist ebenso nachvollziehbar, dass in solchen Fällen extremer Ereignisse räumlich benachbarte Portfolios in vergleichbarer Weise von Sturm- oder Hochwasserschäden betroffen sind, also auch hier Abhängigkeiten in Form von Kumulschäden auftreten können. Andererseits können zeitliche Verzögerungen etwa zwischen einem Sturmereignis und einer davon ausgelösten Überschwemmung in Folge von Starkregen die Erkennung bzw. korrekte Zuordnung von Abhängigkeiten erschweren. Je größer der zeitliche oder räumliche Abstand zwischen den betreffenden Ereignissen ist, desto weniger können solche Zusammenhänge unmittelbar "bewiesen" werden. Sie lassen sich aber möglicherweise im Jahresergebnis aller Schäden rechnerisch belegen. Bei der Analyse von Portfolios, die Sturm- und Hochwasserschäden betreffen, lassen sich solche Zusammenhänge sehr oft statistisch signifikant nachweisen. Es spielt dabei letztlich keine Rolle, ob in *jedem* Fall eine unmittelbare physikalische Ursache nachweisbar ist; die Tatsache, dass Abhängigkeiten zumindest nach der gegebenen Datenlage beobachtet werden, sollten Versicherer wie Rückversicherer schon aus Vorsichtsgründen in ihr Kalkül einbeziehen, weil solche Abhängigkeiten in der Regel das Gefährdungspotenzial des Versicherers erhöhen. Die Ausführungen des vorangehenden Abschnitts haben dabei aber gezeigt, dass die "Korrelation" zwischen Risiken hier kein geeignetes Instrument der Modellbildung ist. In der modernen Versicherungsmathematik geht man deshalb heute andere Wege. Die wesentliche Idee besteht dabei in einer geschickten Trennung zwischen den marginalen Risiken und ihrer Verteilung sowie der "eigentlichen" Abhängigkeit in Form einer so genannten *Copula*.³ Dazu transformiert man entweder die Daten, die sich auf das jeweilige marginale Risiko beziehen, mit der zugehörigen, in der Regel vorher geschätzten Quantilfunktion⁴, so dass die hieraus erhaltenen Werte näherungsweise einer Gleichverteilung genügen; oder man geht zu den gemeinsamen Rängen der Stichprobe über, aus denen man durch Normierung die so genannte *empirische Copula* gewinnen kann. Ein konkretes Beispiel hierfür wird im nächsten Abschnitt vorgestellt. Die nach einer solchen Transformation übrig bleibende Information in Form einer mehr oder weniger gleichmäßig im Einheitsquadrat verteilten Punktwolke beschreibt dann gerade die "eigentliche" Abhängigkeitsstruktur. Jedenfalls ist im Gegensatz zur Korrelation die gemeinsame Verteilung der Risiken eindeutig durch die Angabe einer Copula und der Randverteilungen der Risiken bestimmt.

Neben der eher traditionellen aktuariellen Aufgabe, die den einzelnen Risiken zu Grunde liegenden Verteilungen zu schätzen, kommt damit eine neue Herausforderung auf

³ Mathematisch gesprochen ist eine Copula eine mehrdimensionale Verteilungsfunktion für Zufallsvariablen, deren Randverteilungen stetige Gleichverteilungen sind. Vgl. hierzu etwa P. Embrechts et al. (2002), S. 179ff.

⁴ das ist im wesentlichen die Inverse der Verteilungsfunktion. So ist etwa der Value-at-Risk ein Wert der Quantilfunktion für Argumente, die typischerweise nahe bei 1 liegen. Vgl. hierzu etwa P. Embrechts et al. (2002), S. 179ff.

die Versicherungsmathematik zu, nämlich geeignete Schätzverfahren für (beispielsweise parametrische) Copulas, die inzwischen recht gut theoretisch untersucht sind, zu finden. Wir werden dies im nächsten Abschnitt an einem Beispiel illustrieren. Allerdings besteht hier nach wie vor mathematischer Forschungsbedarf, vor allem in Bezug auf Ansätze mit genügend vielen Parametern und der Möglichkeit, auch in höheren Dimensionen "rechenbare" Modelle zu erhalten.⁵

Sturm und Überschwemmung – Erfahrungen aus der Praxis

Die nachfolgende Graphik zeigt einen Datensatz für kombinierte Jahresergebnisse aus Sturm- und Hochwasserschäden der letzten 34 Jahre, die zur Vermeidung von Artefakten zuvor geeignet trendbereinigt wurden. Aus Gründen der Anonymität wurde die Skalierung der Achsen dabei unterdrückt.

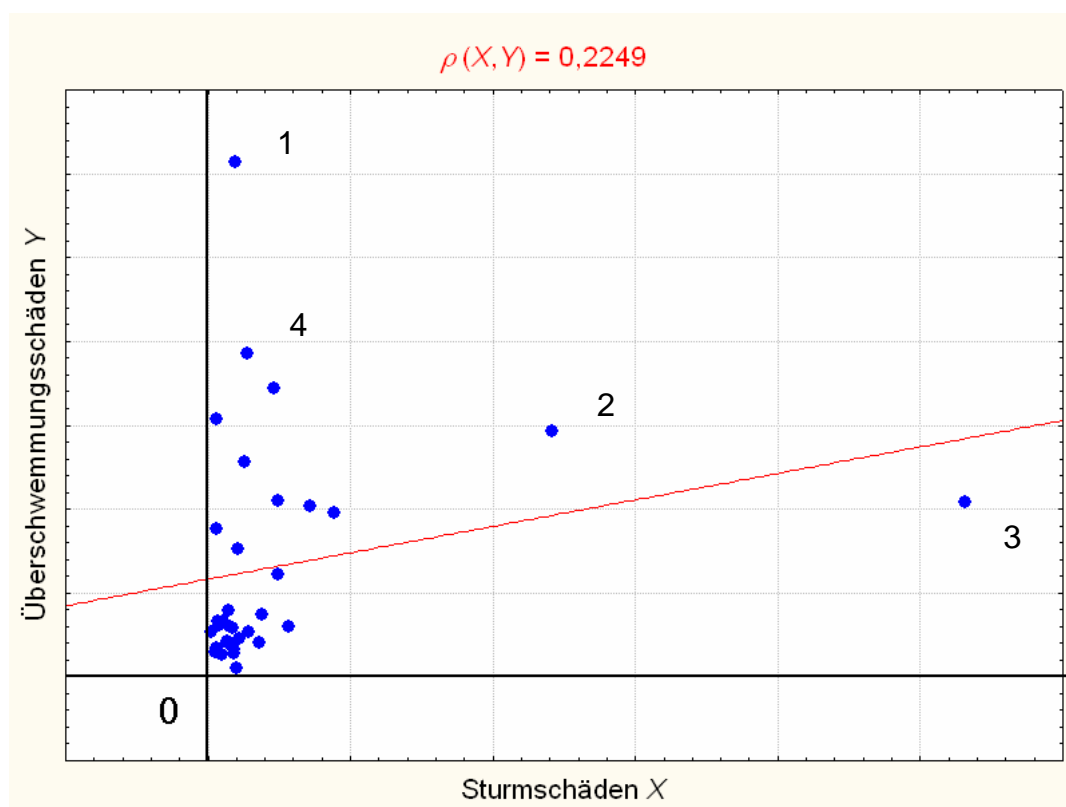


Fig. 2

Eine Graphik dieser Art ist für den Betrachter relativ wenig aussagekräftig, auch wenn drei größere Extreme das Bild vordergründig beherrschen. Was bedeutet hier aber z.B. eine (empirische) Korrelation der Risiken von 0,2249? Die nachfolgende Graphik zeigt dem gegenüber die aus diesem Datensatz extrahierte Punktwolke, die der empirischen Copula entspricht:

⁵ vgl. etwa D. Straßburger und D. Pfeifer (2005).

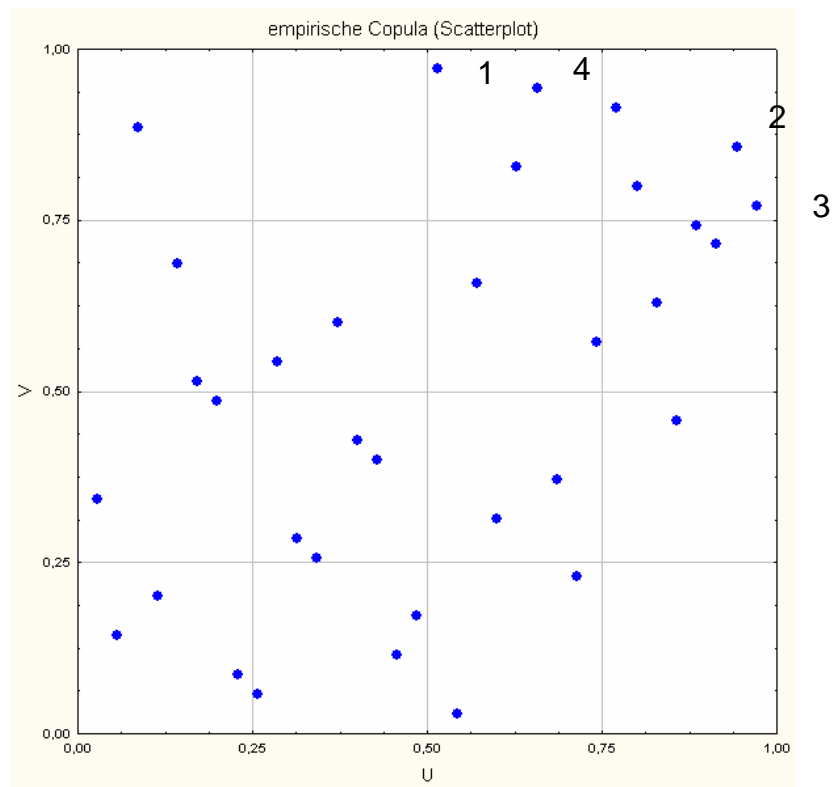


Fig. 3

Man erkennt hier an den beispielhaft ausgewählten und mit 1 bis 4 markierten Datenpunkten sehr gut den der Transformation zu Grunde liegenden Effekt: Punkt 1 ist in beiden Graphiken der "größte" in "nördlicher" Richtung, Punkt 3 der "größte" in "östlicher" Richtung. Demgegenüber ist Punkt 2 der "zweitgrößte" in "östlicher" und "fünftgrößte" in "nördlicher" Richtung, Punkt 4 der "zweitgrößte" in "nördlicher" und "zwölftgrößte" in "östlicher" Richtung. Die Copula-Transformation behält also die größenordnungsmäßigen Anordnungsbeziehungen bei, verteilt dabei aber zugleich die Punkte "gleichmäßiger" im Einheitsquadrat.

Bei vollständiger Unabhängigkeit würden sich die transformierten Punkte theoretisch nach einer stetigen Gleichverteilung über dem Einheitsquadrat einstellen. Man kann deshalb mit einem statistischen Prüfverfahren, etwa dem bekannten c^2 -Test, die Hypothese der Unabhängigkeit testen. Wenn man dies in dem obigen Beispiel mit drei ausgewählten Feldern – wie in der nachfolgenden Graphik gezeigt – durchführt, erhält man bei zwei Freiheitsgraden als Testgröße den Wert 5,7176, was einem Signifikanzwert von 0,0574 entspricht.

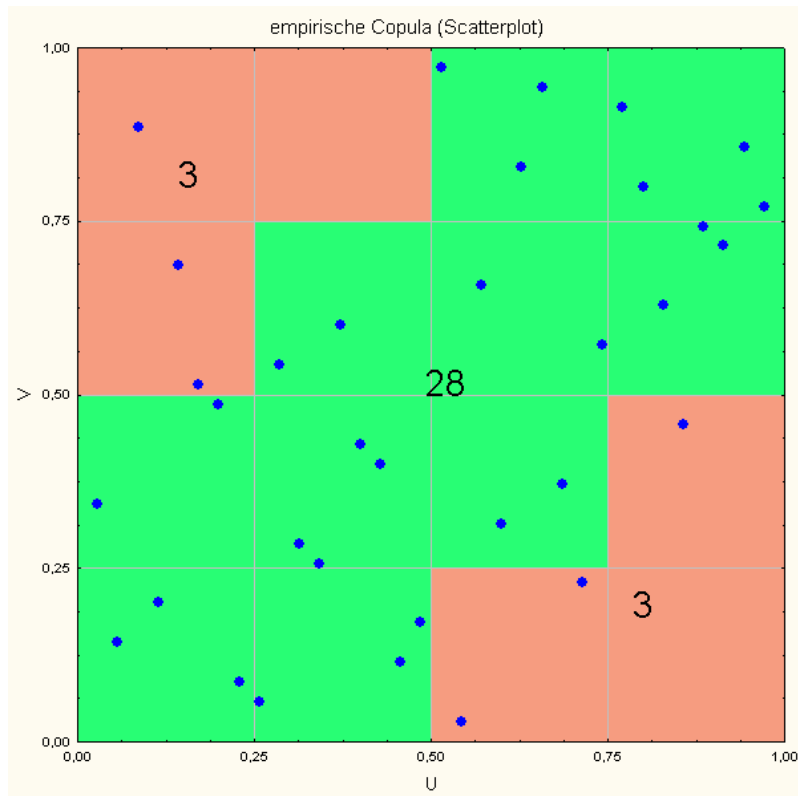


Fig. 4

(In den Feldern oben links und unten rechts wären bei Unabhängigkeit jeweils im Mittel 6,375 Punkte statt beobachteter 3 zu erwarten gewesen, in der Mitte 21,25 statt beobachteter 28.) Die Hypothese der Unabhängigkeit darf damit zu einem hohen Sicherheitsniveau verworfen werden. Die im Titel angesprochene Fragestellung kann hier also dahingehend beantwortet werden, dass es sich bei dem Zusammentreffen von Sturm- und Hochwasserschäden in diesem Portfolio mit hoher Wahrscheinlichkeit um ein systematisches Phänomen handelt.

Das obige Bild zeigt deutlich eine Tendenz der Lage der Punkte in Richtung der Diagonalen, was auf eine – schwache – positive Abhängigkeit hindeutet. Man kann daher eine Anpassung der Daten an eine Gauß- oder Gumbel-Copula versuchen, was wir hier lediglich exemplarisch – ohne eine vertiefte Diskussion – durchführen wollen.

Die Gauß-Copula C_F und die Gumbel-Copula C_{Gu} werden allgemein, d.h. in n Dimensionen, beschrieben durch den Ausdruck

$$C_F(u_1, \dots, u_n) = \int_{-\infty}^{F^{-1}(u_1)} \dots \int_{-\infty}^{F^{-1}(u_n)} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det(\Sigma)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{v}^T \Sigma^{-1} \mathbf{v}\right) dv_1 \dots dv_n$$

bzw.

$$C_{Gu}(u_1, \dots, u_n) = \exp\left(-\left\{\sum_{i=1}^n (-\ln(u_i))^\theta\right\}^{1/\theta}\right), \quad \theta \geq 1$$

mit einer positiv-definiten Matrix S für die Gauß-Copula bzw. einem geeigneten Strukturparameter q für die Gumbel-Copula.⁶ Für alle Parameter gibt es geeignete Schätzverfahren, z.B. Momenten- und Maximum-Likelihood-Methoden. Für den Datensatz des Beispielportfolios ergibt sich damit etwa

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0,4331 \\ 0,4331 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{für die Gauß-Copula bzw. } q = 1,3652 \text{ für die Gumbel-Copula.}$$

In dem so gewonnenen Modell für die gemeinsame Beschreibung von Sturm- und Hochwasserschäden lassen sich jetzt auch realistische Einschätzungen des Gefährdungspotenzials als PML für die aggregierten Risiken vornehmen. Mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation (Zeithorizont: 10000 Jahre) ergibt sich dabei folgendes Bild:

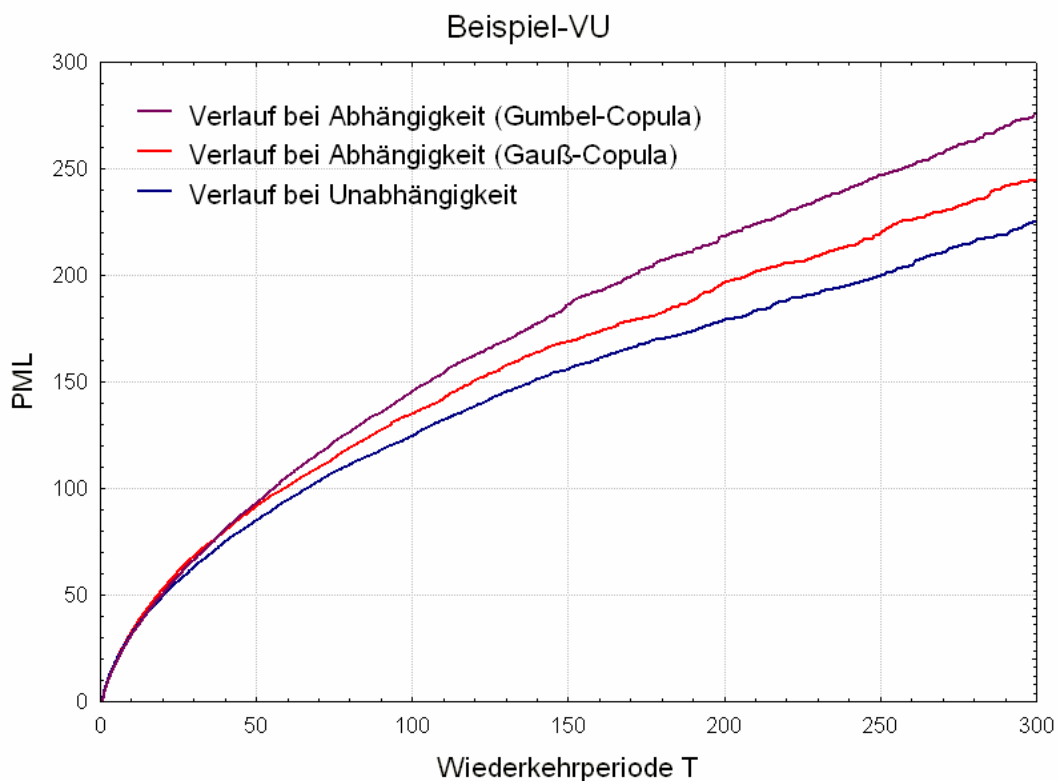


Fig. 5

Man erkennt deutlich, dass gegenüber der Situation der Unabhängigkeit der Risiken in den beiden andern Fällen eine Zunahme beispielsweise des 100-Jahres-PML's um 8,3% bei der Gauß-Copula bzw. 16,8% bei der Gumbel-Copula zu verzeichnen ist. Beim 250-Jahres-PML ist die Zunahme im Extremfall sogar schon in der Größenordnung von 25% angesiedelt!

Die Frage, welche Copula in welchem Fall geeignet(er) ist, kann zum Teil theoretisch beantwortet werden. So besitzt die Gumbel-Copula etwa die Eigenschaft, insbesondere simultane Großschäden gut abzubilden, während die Gauß-Copula eine derartige extreme Eigenschaft typischerweise nicht besitzt. Die Wahl der Copula kann daher – wenn statistische Analysen keine weitere Klarheit schaffen – auch durch Sicherheitsas-

⁶ für den Fall von 2 Dimensionen vgl. etwa P. Embrechts et al. (2002), S. 181.

pekte beeinflusst sein, z.B. um einen eventuellen Bedarf an Rückversicherung konservativ abzuschätzen.

Festzuhalten bleibt, dass derartige Studien zur Einschätzung des Gesamt-Risiko-Exposures nur auf Grund von Korrelationen nicht möglich sind.

Abhängige Naturgefahren – Konsequenzen für Solvency II?

Der Berücksichtigung von Abhängigkeiten insbesondere bei Naturgefahren wird in den gegenwärtigen Diskussionen zum Thema "Solvency II" (noch) nicht genügend Aufmerksamkeit gewidmet. Weder das aktuelle deutsche GDV-Modell noch beispielsweise der Schweizer Solvenztest (SST) lassen hier ernsthafte Ansätze erkennen. Die nachfolgende Graphik zeigt den SST in einem plakativen Schema.⁷

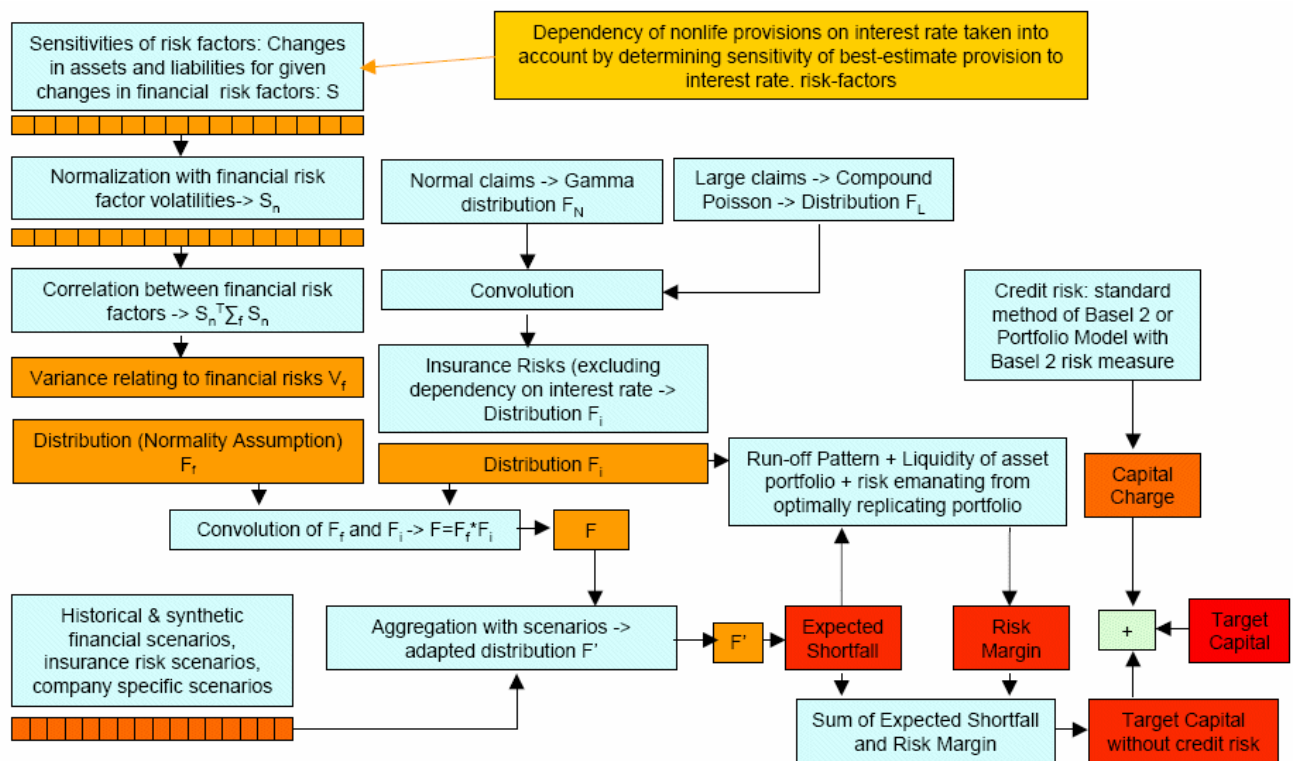


Fig. 6

Obwohl hier auf der Kapitalanlagenseite Abhängigkeiten zwischen den Risiken durch (bei Normalverteilungen sinnvollen) Korrelationen erfasst werden, werden Risiken aus der Schadenversicherung bei Aggregation "gefaltet" (*convolution*), d.h. sie werden implizit als unabhängig angenommen. Dies kann bei nachweislich "systematischen" Abhängigkeiten insbesondere bei Naturgefahren zu einer Unterbewertung des Solvenzkapitals führen. Die seitens der Aufsichtsbehörden zugelassenen "internen Modelle" sollten also nach Möglichkeit solche Abhängigkeiten angemessen berücksichtigen.

Abschließend sollte noch angemerkt werden, dass die Berücksichtigung von Abhängigkeiten zwischen Naturgefahren auch Auswirkungen auf die verwendeten Risikomaße hat. Die Diskussion im Rahmen von Solvency II konzentriert sich hier vor allem auf den

⁷ Quelle: Bundesamt für Privatversicherungen, Bern, Schweiz

Value-at-Risk und den z.B. im SST vorgeschriebenen Expected Shortfall⁸ (auch: Tail-Value-at-Risk, Conditional Value-at-Risk). Im Naturgefahrenbereich kann dabei der Expected Shortfall leicht ein Vielfaches des Value-at-Risk erreichen. In unserem Beispiel-Portfolio (vgl. Fig. 5) liegt der entsprechende Faktor für die 100-Jahres-Wiederkehrperiode im Fall der Unabhängigkeit bei ca. 2,89, bei Abhängigkeit kann er aber leicht auf Werte deutlich über 3 steigen. Ob im Sinne des Leitmotivs des diesjährigen HANNOVER-FORUMs Naturkatastrophen für die Versicherungswirtschaft in Zukunft noch kalkulierbar sein werden, wird also nicht nur eine Frage möglicher klimatischer Entwicklungen der kommenden Jahrzehnte sein, sondern auch wesentlich von den aufsichtsrechtlichen Vorgaben in Bezug auf die Risikomessung abhängen.

Im Text zitierte Literatur

- [1] Philippe Artzner, Freddy Delbaen, Jean-Marc Eber and David Heath (1999): Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance* 9, 203 – 228. Nachdruck in: *Risk Management: Value at Risk and beyond*, M.A.H. Dempster, ed., Cambridge University Press, 2002, 145 – 175.
- [2] Paul Embrechts, Alexander J. McNeil and Daniel Straumann (2002): Correlation and Dependence in Risk Management: Properties and Pitfalls. In: *Risk Management: Value at Risk and beyond*, M.A.H. Dempster, ed., Cambridge University Press, 2002, 176 – 223.
- [3] Weimin Dong (2001): *Building a More Profitable Portfolio. Modern Portfolio Theory with Application to Catastrophe Insurance*. Reactions Publishing Group, London.
- [4] Doreen Straßburger and Dietmar Pfeifer (2005): Dependence matters! 36th International ASTIN Colloquium, Zürich, September 4 - 7, Zürich, Switzerland.

⁸ vgl. etwa den grundlegenden Artikel von P. Artzner et al. (1999).